Class 9 गणित मंजरी Chapter 1 End-of-Chapter Exercises (अंतिम प्रश्नावली) Solutions in Hindi

प्रश्न 1

प्रश्न**:** दोनों अक्षों के प्रतिच्छेद बिंदु के x-निर्देशांक और y-निर्देशांक क्या होंगे?

उत्तर**:**

दोनों अक्षों का प्रतिच्छेद बिंदु मूलबिंदु **O** कहलाता है।

O = (0, 0)

अतः:

x-निर्देशांक **= 0**
y-निर्देशांक **= 0**

प्रश्न 2

प्रश्न**:** बिंदु W का x-निर्देशांक –5 है। क्या आप उस बिंदु H के निर्देशांकों को ज्ञात कर सकते हैं जो W से होकर जाती हुई y-अक्ष के समानांतर रेखा पर स्थित हो? बिंदु H किन चतुर्थांशों में स्थित हो सकता है?

उत्तर**:**

चूँकि W और H को मिलाने वाली रेखा **y-**अक्ष के समानांतर है, इसलिए दोनों का **x-**निर्देशांक समान होगा।

अतः H के निर्देशांक:

H = (–5, y)

यहाँ y के मान के अनुसार H:

- द्वितीय चतुर्थांश में हो सकता है, यदि **y > 0**
- तृतीय चतुर्थांश में हो सकता है, यदि **y < 0**

अतः **H** द्वितीय या तृतीय चतुर्थांश में स्थित हो सकता है।

प्रश्न 3

प्रश्न**:** बिंदु R(3, 0), A(0, –2), M(–5, –2) तथा P(–5, 2) पर विचार कीजिए।

(i) **RAMP** की दो भुजाएँ जो परस्पर लंबवत हैं।

उत्तर**:**

AM क्षैतिज है और **MP** ऊर्ध्वाधर है।

अतः:

AM ⊥ MP

(ii) **RAMP** की वह भुजा जो किसी एक अक्ष के समानांतर है।

उत्तर**:**

AM, x-अक्ष के समानांतर है।
MP, y-अक्ष के समानांतर है।

(iii) दो बिंदु जो एक अक्ष में एक-दूसरे के दर्पण प्रतिबिंब हैं। यह अक्ष कौन-सा होगा?

उत्तर**:**

M(–5, –2) और **P(–5, 2)** के x-निर्देशांक समान हैं तथा उनके y-निर्देशांक विपरीत हैं।

अतः M और P एक-दूसरे के **x-**अक्ष में दर्पण प्रतिबिंब हैं।

उत्तर**: M** और **P;** अक्ष **= x-**अक्ष

प्रश्न 4

प्रश्न**:** कार्तीय तल पर बिंदु Z(5, –6) का अंकन कीजिए। एक समकोण त्रिभुज IZN की रचना कीजिए और तीनों भुजाओं की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर**:**

एक संभावित रचना लेते हैं:

I = (5, 0)
Z = (5, –6)
N = (0, –6)

अब,

IZ = 0 – (–6) = 6 इकाई

ZN = 5 – 0 = 5 इकाई

IN = $\sqrt{[(5 - 0)^2 + \{0 - (-6)\}^2]}$

= $\sqrt{(25 + 36)}$

= $\sqrt{61}$ इकाई

अतः:

IZ = 6 इकाई
ZN = 5 इकाई
IN = $\sqrt{61}$ इकाई

प्रश्न 5

प्रश्न**:** यदि ऋणात्मक संख्याएँ नहीं होतीं तो निर्देशांक पद्धति कैसी होती? क्या इस पद्धति से द्वि-विमीय तल में सभी बिंदुओं को अंकित किया जा सकता था?

उत्तर**:**

यदि ऋणात्मक संख्याएँ नहीं होतीं, तो अक्षों पर केवल धनात्मक दिशाओं में ही बिंदुओं को प्रदर्शित किया जा सकता।

इस स्थिति में केवल प्रथम चतुर्थांश के बिंदुओं को ही पूर्ण रूप से अंकित किया जा सकता था।

अतः नहीं**,** इस पद्धति से द्वि-विमीय तल के सभी बिंदुओं को अंकित नहीं किया जा सकता था।

प्रश्न 6

प्रश्न**:** क्या बिंदु M(–3, –4), A(0, 0) और G(6, 8) एक ही सरल रेखा पर हैं?

उत्तर**:**

M से A तक:

Δx = 0 – (–3) = 3

Δy = 0 – (–4) = 4

A से G तक:

Δx = 6 – 0 = 6

Δy = 8 – 0 = 8

चूँकि:

3 : 4 = 6 : 8

अतः तीनों बिंदु एक ही दिशा में स्थित हैं।

इसलिए **M, A** और **G** एक ही सरल रेखा पर हैं।

प्रश्न 7

प्रश्न**:** जाँच कीजिए कि क्या बिंदु R(–5, –1), B(–2, –5) और C(4, –12) एक ही सरल रेखा पर हैं।

उत्तर**:**

R और B के बीच:

Δx = –2 – (–5) = 3

Δy = –5 – (–1) = –4

अतः अनुपात:

Δy/Δx = –4/3

B और C के बीच:

Δx = 4 – (–2) = 6

Δy = –12 – (–5) = –7

अतः अनुपात:

Δy/Δx = –7/6

चूँकि:

–4/3 ≠ –7/6

अतः:

R, B और **C** एक ही सरल रेखा पर स्थित नहीं हैं।

प्रश्न 8

प्रश्न**:** मूलबिंदु को एक शीर्ष के रूप में उपयोग करते हुए निम्नलिखित के शीर्षों को अंकित कीजिए।

(i) एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज

उत्तर**:**

एक संभावित उत्तर:

O(0, 0), A(4, 0), B(0, 4)

यहाँ:

OA = 4 इकाई
OB = 4 इकाई

और:

∠AOB = 90°

अतः **OAB** एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज है।

(ii) एक ऐसा समद्विबाहु त्रिभुज जिसका एक शीर्ष तृतीय चतुर्थांश में और अन्य शीर्ष चतुर्थ चतुर्थांश में हो।

उत्तर**:**

एक संभावित उत्तर:

O(0, 0), A(–3, –4), B(3, –4)

यहाँ A तृतीय चतुर्थांश में है और B चतुर्थ चतुर्थांश में है।

साथ ही:

OA = OB = 5 इकाई

अतः **OAB** एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

प्रश्न 9

प्रश्न: दी गई सारणी में प्रत्येक स्थिति में बताइए कि क्या M, रेखाखंड ST का मध्यबिंदु है।

S	M	T	क्या M, ST का मध्यबिंदु है? हाँ या नहीं।	आपके उत्तर का कारण
(–3, 0)	(0, 0)	(3, 0)		
(2, 3)	(3, 4)	(4, 5)		
(0, 0)	(0, 5)	(0, –10)		
(–8, 7)	(0, –2)	(6, –3)		

जब M, ST का मध्यबिंदु हो तो क्या आप M, S और T के निर्देशांकों के मध्य किसी संबंध का पता लगा सकते हैं?

(i)

S(–3, 0), M(0, 0), T(3, 0)

मध्यबिंदु:

[(–3 + 3)/2, (0 + 0)/2]

= (0, 0)

अतः:

हाँ, **M** मध्यबिंदु है।

(ii)

S(2, 3), M(3, 4), T(4, 5)

मध्यबिंदु:

[(2 + 4)/2, (3 + 5)/2]

= (3, 4)

अतः:

हाँ, **M** मध्यबिंदु है।

(iii)

S(0, 0), M(0, 5), T(0, –10)

मध्यबिंदु:

[(0 + 0)/2, {0 + (–10)}/2]

= (0, –5)

लेकिन:

M = (0, 5)

अतः:

नहीं, **M** मध्यबिंदु नहीं है।

(iv)

S(–8, 7), M(0, –2), T(6, –3)

मध्यबिंदु:

[(–8 + 6)/2, {7 + (–3)}/2]

= (–1, 2)

लेकिन:

M = (0, –2)

अतः:

नहीं, **M** मध्यबिंदु नहीं है।

प्रश्न 10

प्रश्न**:** M(–7, 1), A(3, –4) और B(x, y) के मध्यबिंदु के रूप में M दिया गया है। B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर**:**

मध्यबिंदु सूत्र के अनुसार:

–7 = (3 + x)/2

–14 = 3 + x

x = –17

और:

1 = (–4 + y)/2

2 = –4 + y

y = 6

अतः:

B = (–17, 6)

प्रश्न 11

प्रश्न**:** रेखाखंड AB के त्रिविभाजन बिंदु P और Q हैं, जहाँ P, A के निकट है और Q, B के निकट है। जब A(4, 7) और B(16, –2) हों, तो P और Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर**:**

A = (4, 7)
B = (16, –2)

P, AB के एक**-**तिहाई भाग पर स्थित है:

P = (4 + 4, 7 – 3)

P = (8, 4)

Q, AB के दो-तिहाई भाग पर स्थित है:

Q = (4 + 8, 7 – 6)

Q = (12, 1)

अतः:

P = (8, 4)
Q = (12, 1)

प्रश्न 12

(i) प्रश्न: दिए गए बिंदु A(1, –8), B(–4, 7) और C(–7, –4) के लिए प्रदर्शित कीजिए कि वे एक वृत्त K पर स्थित हैं जिसका केंद्र मूलबिंदु O(0, 0) है। वृत्त K की त्रिज्या क्या होगी?

उत्तर:

$OA = \sqrt{[1^2 + (-8)^2]}$

$= \sqrt{65}$

$OB = \sqrt{[(-4)^2 + 7^2]}$

$= \sqrt{65}$

$OC = \sqrt{[(-7)^2 + (-4)^2]}$

$= \sqrt{65}$

चूँकि:

$OA = OB = OC = \sqrt{65}$

अतः A, B और C एक ही वृत्त K पर स्थित हैं।

वृत्त की त्रिज्या = **$\sqrt{65}$** इकाई

(ii) प्रश्न: D(–5, 6) और **E(0, 9)** के लिए जाँच कीजिए कि वे वृत्त **K** के भीतर, वृत्त पर या वृत्त के बाहर स्थित हैं।

उत्तर**:**

$OD = \sqrt{[(-5)^2 + 6^2]}$

$= \sqrt{61}$

चूँकि:

$\sqrt{61} < \sqrt{65}$

अतः:

D वृत्त **K** के भीतर स्थित है।

अब,

$OE = \sqrt{[0^2 + 9^2]} = 9$

चूँकि:

$9 > \sqrt{65}$

अतः:

E वृत्त **K** के बाहर स्थित है।

प्रश्न 13

प्रश्न**:** त्रिभुज ABC की भुजाओं के मध्यबिंदु D, E और F हैं। D(5, 1), E(6, 5) और F(0, 3) दिए गए हैं। A, B और C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर**:**

मान लेते हैं:

D = BC का मध्यबिंदु
E = CA का मध्यबिंदु
F = AB का मध्यबिंदु

तब:

A = E + F – D

A = (6, 5) + (0, 3) – (5, 1)

A = (1, 7)

B = D + F – E

B = (5, 1) + (0, 3) – (6, 5)

B = (–1, –1)

C = D + E – F

C = (5, 1) + (6, 5) – (0, 3)

C = (11, 3)

अतः:

A = (1, 7)
B = (–1, –1)
C = (11, 3)

प्रश्न 14

(i) प्रश्न: 1 से.मी. = 200 मी. के पैमाने का उपयोग करके शहर का प्रतिरूप बनाइए।

उत्तर:

उत्तर-दक्षिण दिशा में **10** समानांतर गलियाँ तथा पूर्व-पश्चिम दिशा में **10** समानांतर गलियाँ खींचिए।

दो क्रमागत गलियों के बीच की दूरी:

1 से.मी., जो वास्तव में **200** मी. को दर्शाती है।

(ii) (a) प्रश्न: गलियों के कितने प्रतिच्छेदनों को (4, 3) के रूप में व्यक्त किया जा सकता है?

उत्तर:

(4, 3) एक निश्चित प्रतिच्छेदन को दर्शाता है।

अतः:

1 प्रतिच्छेदन

(ii) (b) प्रश्न: गलियों के कितने प्रतिच्छेदनों को (3, 4) के रूप में व्यक्त किया जा सकता है?

उत्तर**:**

(3, 4) भी एक निश्चित प्रतिच्छेदन को दर्शाता है।

अतः:

1 प्रतिच्छेदन

प्रश्न 15

प्रश्न**:** एक आयताकार स्क्रीन की चौड़ाई 800 पिक्सेल और ऊँचाई 600 पिक्सेल है। 80 पिक्सेल त्रिज्या वाला वृत्त A(100, 150) पर केंद्रित है तथा 100 पिक्सेल त्रिज्या वाला वृत्त B(250, 230) पर केंद्रित है।

(i) क्या किसी भी वृत्त का कोई भाग स्क्रीन से बाहर स्थित है?

उत्तर**:**

पहले वृत्त के लिए:

$x = 100 \pm 80$

अर्थात:

20 से **180**

$y = 150 \pm 80$

अर्थात:

70 से **230**

यह पूरा वृत्त स्क्रीन के अंदर है।

दूसरे वृत्त के लिए:

$x = 250 \pm 100$

अर्थात:

150 से **350**

$y = 230 \pm 100$

अर्थात:

130 से **330**

यह पूरा वृत्त भी स्क्रीन के अंदर है।

अतः:

किसी भी वृत्त का कोई भाग स्क्रीन से बाहर नहीं है।

(ii) क्या दोनों वृत्त एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करते हैं?

उत्तर:

केंद्रों के बीच दूरी:

$AB = \sqrt{(250 - 100)^2 + (230 - 150)^2}$

$= \sqrt{150^2 + 80^2}$

$= \sqrt{28900}$

$= 170$ पिक्सेल

दोनों त्रिज्याओं का योग:

$80 + 100 = 180$ पिक्सेल

चूँकि:

$170 < 180$

और केंद्रों की दूरी त्रिज्याओं के अंतर से अधिक है:

$170 > 100 - 80 = 20$

अतः:

दोनों वृत्त एक-दूसरे को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करते हैं।

प्रश्न 16

प्रश्न: कार्तीय तल पर A(2, 1), B(–1, 2), C(–2, –1) और D(1, –2) का अंकन कीजिए। क्या ABCD एक वर्ग है? इस वर्ग का क्षेत्रफल क्या है?

उत्तर**:**

$$AB = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (2 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 1}$$

$$= \sqrt{10}$$

इसी प्रकार:

$BC = \sqrt{10}$
$CD = \sqrt{10}$
$DA = \sqrt{10}$

अतः चारों भुजाएँ समान हैं।

अब:

$$AC = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-1 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BD = \sqrt{(1 + 1)^2 + (-2 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

अतः विकर्ण भी समान हैं।

इसलिए:

ABCD एक वर्ग है।

वर्ग का क्षेत्रफल:

$$= (\sqrt{10})^2$$

= 10 वर्ग इकाई

अतः **ABCD** का क्षेत्रफल **= 10** वर्ग इकाई।