Class 9 गणित मंजरी Chapter 2 Notes

रैखिक बहुपदों का परिचय

---

1. बहुपद (Polynomial)

वह बीजीय व्यंजक जिसमें चर की घात ऋणात्मक नहीं होती, बहुपद कहलाता है।

उदाहरण:

$5x^2 - 3x + 7$

$4t^3 - t^2 + 6$

$x^3 - 7x^2 + 2x + 1$

---

2. बहुपद की घात (Degree of Polynomial)

बहुपद में चर की सबसे बड़ी घात, उस बहुपद की घात कहलाती है।

उदाहरण:

$5x^2 - 3x + 7$ की घात = **2**

$4x^3 + x - 6$ की घात = **3**

$7x + 2$ की घात = **1**

---

3. रैखिक बहुपद (Linear Polynomial)

जिस बहुपद की घात **1** होती है, उसे रैखिक बहुपद कहते हैं।

इसका सामान्य रूप है:

$p(x) = ax + b$

जहाँ $a \neq 0$ तथा a और b अचर **(constants)** हैं।

उदाहरण:

$p(x) = 2x + 5$

$p(x) = -3x + 4$

$p(x) = 7x - 1$

---

4. रैखिक बहुपद का मान ज्ञात करना

किसी दिए गए चर के मान को बहुपद में रखकर उसका मान ज्ञात किया जाता है।

उदाहरण:

यदि

$p(x) = 5x^2 - 3x + 7$

और $x = 1$, तो

$p(1) = 5(1)^2 - 3(1) + 7$

$= 5 - 3 + 7$

$= 9$

---

5. रैखिक समीकरण और उसका आलेख

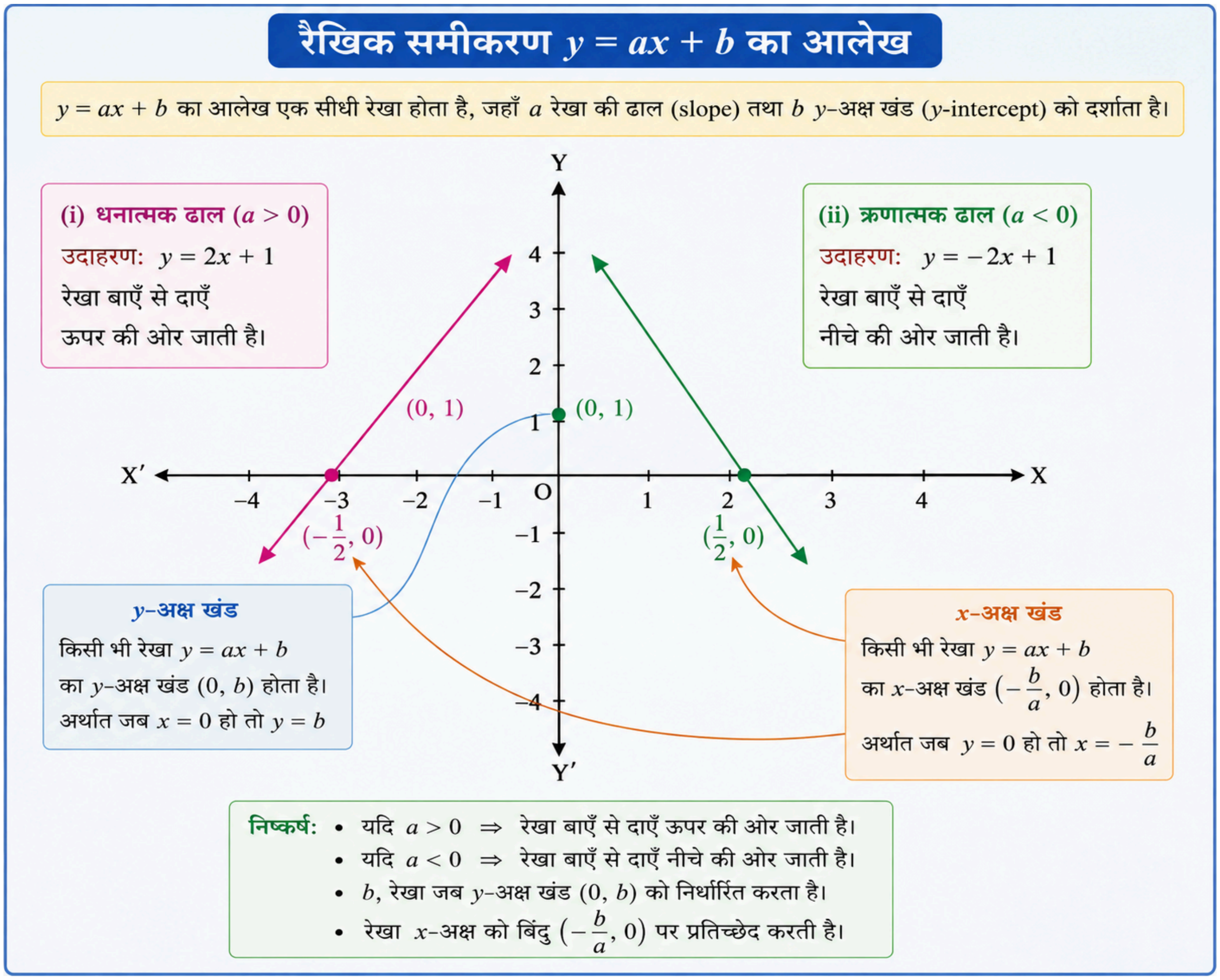
दो चरों x और y के बीच रैखिक संबंध का सामान्य रूप है:

$y = ax + b$

जहाँ—

- a = रेखा की ढाल (Slope)
- b = y-अक्ष खंड (y-intercept)

इस समीकरण का आलेख एक सीधी रेखा होता है।



---

6. ढाल (Slope) की भूमिका

समीकरण:

y = ax + b

में **a** रेखा की ढाल को दर्शाता है।

जब a > 0

रेखा बाएँ से दाएँ ऊपर की ओर जाती है।

जब a < 0

रेखा बाएँ से दाएँ नीचे की ओर जाती है।

जब **a** का मान अधिक होता है

रेखा का झुकाव अपेक्षाकृत अधिक होता है।

---

7. y-अक्ष खंड की भूमिका

समीकरण:

y = ax + b

में **b** यह बताता है कि रेखा **y-**अक्ष को कहाँ प्रतिच्छेद करती है।

y-अक्ष पर:

x = 0

अतः:

y = a(0) + b

y = b

इसलिए रेखा y-अक्ष को बिंदु:

(0, b)

पर प्रतिच्छेद करती है।

---

8. विशेष स्थिति: b = 0

यदि समीकरण:

y = ax

के रूप में हो, तो

x = 0 रखने पर **y = 0**

अतः रेखा हमेशा:

मूलबिंदु (0, 0)

से गुजरती है।

उदाहरण:

y = 4x

y = 2x

y = −3x

ये सभी रेखाएँ **(0, 0)** से गुजरती हैं।

---

9. समान ढाल वाली रेखाएँ

यदि दो रेखाओं की ढाल समान हो, तो वे परस्पर समानांतर होती हैं।

उदाहरण:

y = 2x + 1

y = 2x − 3

दोनों में:

a = 2

अतः दोनों रेखाएँ परस्पर समानांतर हैं।

---

10. दो बिंदुओं से रैखिक बहुपद ज्ञात करना

यदि रेखा दो बिंदुओं:

(x_1, y_1) और (x_2, y_2)

से गुजरती है, तो उसकी ढाल:

$m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$

ज्ञात की जा सकती है।

फिर रैखिक समीकरण:

$y = mx + b$

के रूप में लिखा जाता है।

उदाहरण:

बिंदु **(1, 5)** और **(3, 11)** दिए हैं।

$m = (11 - 5)/(3 - 1)$

$= 6/2$

$= 3$

अतः:

$y = 3x + b$

बिंदु **(1, 5)** रखने पर:

$5 = 3 + b$

$b = 2$

अतः:

p(x) = 3x + 2

---

11. x-अक्ष और y-अक्ष प्रतिच्छेद

y-अक्ष प्रतिच्छेद ज्ञात करने के लिए:

x = 0 रखें।

उदाहरण:

y = 3x + 2

x = 0 रखने पर:

y = 2

अतः y-अक्ष प्रतिच्छेद:

(0, 2)

---

x-अक्ष प्रतिच्छेद ज्ञात करने के लिए:

y = 0 रखें।

उदाहरण:

y = 3x + 2

0 = 3x + 2

3x = −2

x = −2/3

अतः x-अक्ष प्रतिच्छेद:

(−2/3, 0)

---

12. दो चरों के बीच रैखिक संबंध

कई वास्तविक स्थितियों को रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

सामान्य रूप:

y = ax + b

जहाँ—

- **b =** प्रारंभिक मान
- **a =** प्रति इकाई परिवर्तन

उदाहरण: बचत

प्रारंभिक धनराशि = **₹800**

प्रतिमाह बचत = **₹250**

यदि **x** महीनों बाद कुल धनराशि **y** है, तो:

y = 250x + 800

उदाहरण: कार्य और दूरी

कार्य = बल **×** दूरी

यदि नियत बल **F = 3** हो, तो:

w = 3d

जहाँ—

- **w =** कार्य
- **d =** दूरी

---

13. समानांतर रेखाएँ

दो रेखाएँ समानांतर होंगी यदि उनकी ढाल समान हो।

यदि:

$y = m_1x + c_1$

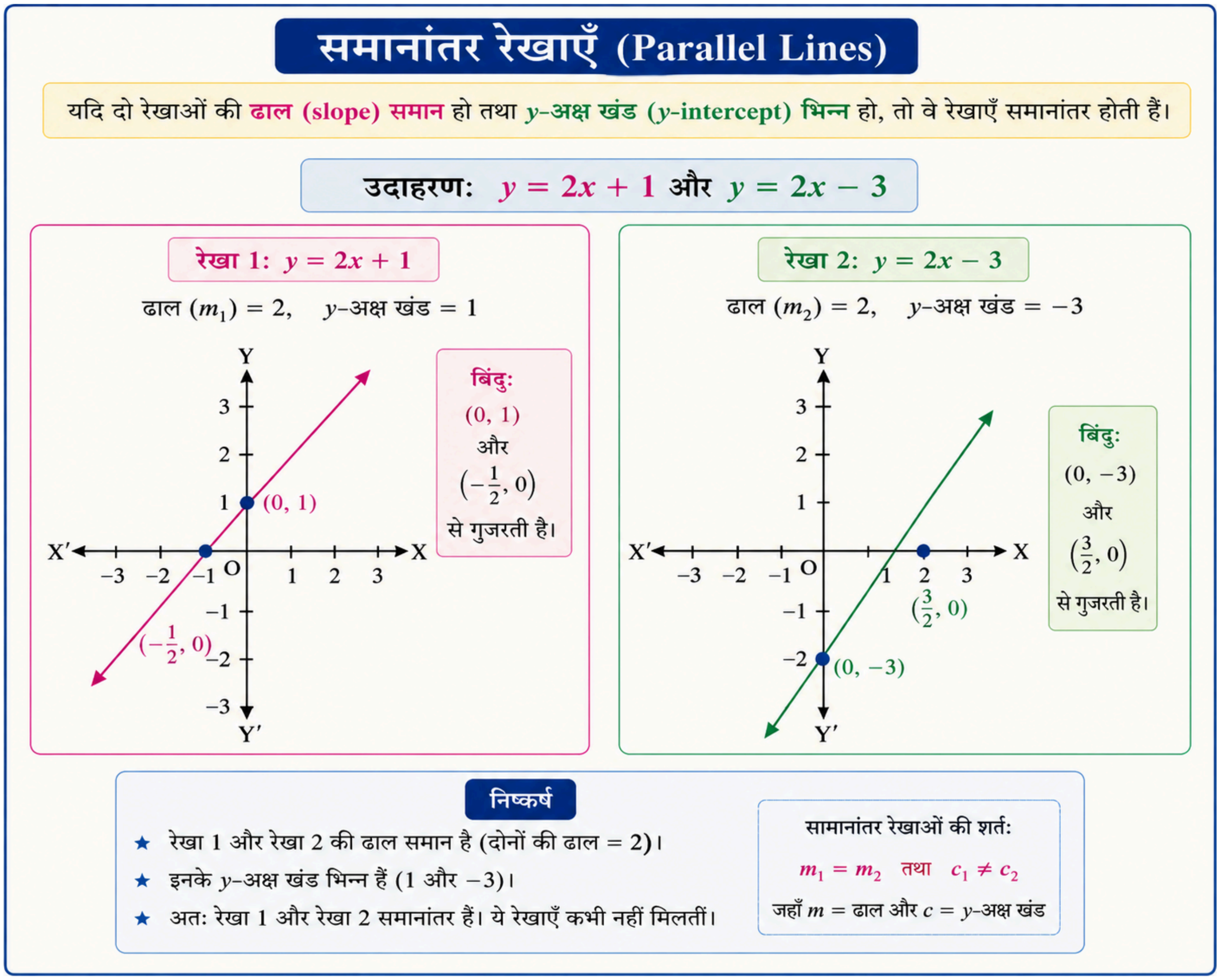
और

$y = m_2x + c_2$

तो:

$m_1 = m_2$

होने पर दोनों रेखाएँ समानांतर होंगी।



---

14. रैखिक प्रतिरूप (Linear Pattern)

यदि किसी प्रतिरूप में प्रत्येक चरण पर एक निश्चित दर से वृद्धि या कमी होती है, तो उसे रैखिक संबंध द्वारा व्यक्त किया जा सकता है।

उदाहरण:

टाइलियों की संख्या:

1, 3, 5, 7, 9, ...

यहाँ प्रत्येक चरण में **2** की वृद्धि हो रही है।

nवें चरण में टाइलियों की संख्या:

$2n - 1$

---

15. दो-अंकीय संख्या से संबंधित प्रश्न

यदि दहाई का अंक **x** और इकाई का अंक **y** हो, तो:

दो-अंकीय संख्या = $10x + y$

अंकों को परस्पर बदलने पर:

नई संख्या = $10y + x$

---

16. महत्वपूर्ण सूत्र

रैखिक बहुपद का सामान्य रूप**:**

$p(x) = ax + b$

रैखिक समीकरण का सामान्य रूप**:**

$y = ax + b$

ढाल**:**

$m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$

y-अक्ष प्रतिच्छेद**:**

$(0, b)$

x-अक्ष प्रतिच्छेद के लिए**:**

$ax + b = 0$

अतः:

$x = -b/a$

कार्य:

$w = Fd$

दो-अंकीय संख्या:

$10x + y$

क्रम **1, 3, 5, 7, ...** का **n**वाँ पद:

$2n - 1$

त्वरित पुनरावृत्ति

- घात **1** वाला बहुपद **=** रैखिक बहुपद
- रैखिक बहुपद का रूप **=** **$ax + b$**
- रैखिक समीकरण का रूप **=** **$y = ax + b$**
- **a =** ढाल
- **b = y-**अक्ष खंड
- **$b = 0$** होने पर रेखा मूलबिंदु से गुजरती है
- समान ढाल वाली रेखाएँ समानांतर होती हैं
- **y-**अक्ष प्रतिच्छेद के लिए **$x = 0$**
- **x-**अक्ष प्रतिच्छेद के लिए **$y = 0$**
- दो बिंदुओं से ढाल **=** **$(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$**