Class 9 गणित मंजरी Chapter 2

अंतिम प्रश्नावली के हल

प्रश्न 1. एक बहुपद लिखिए जिसमें चर x हो, घात 3 हो और x^2 पद का गुणांक −7 हो।

हल:

घात **3** का एक बहुपद चाहिए तथा x^2 का गुणांक **−7** होना चाहिए।

उदाहरण:

$x^3 - 7x^2 + 2x + 1$

अतः एक बहुपद है**:** $x^3 - 7x^2 + 2x + 1$

प्रश्न 2. चरों के दिए गए मानों से नीचे दिए गए बहुपदों के मान ज्ञात कीजिए—

(i) $5x^2 - 3x + 7$ यदि **x = 1** हो

हल:

x = 1 रखने पर,

$= 5(1)^2 - 3(1) + 7$

$= 5 - 3 + 7$

= 9

अतः उत्तर**: 9**

(ii) $4t^3 - t^2 + 6$ यदि **$t = a$** हो

हल**:**

$t = a$ रखने पर,

$= 4a^3 - a^2 + 6$

अतः उत्तर**: $4a^3 - a^2 + 6$**

प्रश्न 3. यदि हम किसी संख्या को 5/2 से गुणा करते हैं और उसके गुणनफल में 2/3 का योग करते हैं तो हमें −7/12 प्राप्त होता है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

हल**:**

माना संख्या = **x**

प्रश्नानुसार,

$5x/2 + 2/3 = -7/12$

$5x/2 = -7/12 - 2/3$

$5x/2 = -7/12 - 8/12$

$5x/2 = -15/12$

$5x/2 = -5/4$

$x = -5/4 \times 2/5$

$x = -1/2$

अतः संख्या **$= -1/2$**

प्रश्न 4. कोई धनात्मक संख्या किसी अन्य संख्या की 5 गुना है। यदि दोनों संख्याओं में 21 जोड़ दिया जाए तो प्राप्त दोनों संख्याओं में से एक संख्या दूसरी संख्या की दोगुनी है। दोनों मूल संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल**:**

माना छोटी संख्या = **x**

तो बड़ी संख्या = **5x**

21 जोड़ने पर संख्याएँ होंगी:

x + 21 और **5x + 21**

प्रश्नानुसार,

5x + 21 = 2(x + 21)

5x + 21 = 2x + 42

5x − 2x = 42 − 21

3x = 21

x = 7

बड़ी संख्या:

5x = 5 × 7 = 35

अतः दोनों मूल संख्याएँ **7** और **35** हैं।

प्रश्न 5. यदि आपके पास ₹800 हैं और आप प्रतिमाह ₹250 की बचत करते हैं तो वह धनराशि ज्ञात कीजिए, जो आपके पास होगी— (i) 6 महीनों के पश्चात (ii) 2

वर्षों के पश्चात। इसे रैखिक प्रतिरूप के रूप में व्यक्त कीजिए।

हल**:**

प्रारंभिक धनराशि = **₹800**

प्रतिमाह बचत = **₹250**

यदि **x** महीने बाद धनराशि = **y**, तो

y = 800 + 250x

(i) 6 महीनों के पश्चात

y = 800 + 250(6)

= 800 + 1500

= ₹2300

(ii) 2 वर्षों के पश्चात

2 वर्ष = **24** महीने

y = 800 + 250(24)

= 800 + 6000

= ₹6800

अतः रैखिक व्यंजक**: y = 800 + 250x**

6 महीने बाद **= ₹2300**

2 वर्ष बाद **= ₹6800**

प्रश्न **6.** एक दो-अंकीय संख्या के अंकों के मध्य का अंतर **3** है। यदि संख्या के दोनों अंकों को परस्पर परिवर्तित कर दिया जाए और प्राप्त संख्या को मूल संख्या में जोड़ दिया जाए तो योगफल **143** प्राप्त होता है। दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल**:**

माना दहाई का अंक = **x**

इकाई का अंक = **y**

अंकों का अंतर:

x − y = 3 ...(1)

मूल संख्या = **10x + y**

अंकों को बदलने पर संख्या = **10y + x**

प्रश्नानुसार,

(10x + y) + (10y + x) = 143

11x + 11y = 143

x + y = 13 ...(2)

समीकरण (1) और (2):

x − y = 3

x + y = 13

दोनों जोड़ने पर,

2x = 16

x = 8

अब,

8 + y = 13

y = 5

मूल संख्या = **85**

परिवर्तित संख्या = **58**

अतः दोनों संख्याएँ **85** और **58** हैं।

प्रश्न 7. नीचे दिए गए समीकरणों के आलेख बनाइए और उनके ढालों एवं y-अक्ष खंडों की पहचान कीजिए। साथ ही उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ ये रेखाएँ y-अक्ष को प्रतिच्छेद करती हैं।

(i) y = −3x + 4

a = −3

b = 4

अतः ढाल = **−3**

y-अक्ष खंड = **4**

y-अक्ष पर प्रतिच्छेद बिंदु:

(0, 4)

(ii) 2y = 4x + 7

दोनों पक्षों में 2 से भाग देने पर,

y = 2x + 7/2

अतः,

a = 2

b = 7/2

ढाल = **2**

y-अक्ष खंड = **7/2**

प्रतिच्छेद बिंदु:

(0, 7/2)

(iii) 5y = 6x − 10

दोनों पक्षों में 5 से भाग देने पर,

y = 6x/5 − 2

अतः,

a = 6/5

b = −2

ढाल = **6/5**

y-अक्ष खंड = **−2**

प्रतिच्छेद बिंदु:

(0, −2)

(iv) 3y = 6x − 11

दोनों पक्षों में 3 से भाग देने पर,

y = 2x − 11/3

अतः,

a = 2

b = −11/3

ढाल = **2**

y-अक्ष खंड = **−11/3**

प्रतिच्छेद बिंदु:

(0, −11/3)

क्या इनमें से कोई रेखा परस्पर समानांतर है**?**

हाँ।

समीकरण **(ii)** और **(iv)** की ढाल समान है:

m = 2

अतः **(ii)** और **(iv)** की रेखाएँ परस्पर समानांतर हैं।

प्रश्न 8. किसी द्रव के तापमान को केल्विन इकाई में x K और फॉरेनहाइट इकाई में y °F के रूप में मापा जाता है। इनके मध्य संबंध y = 9/5 (x − 273) + 32 है।

(i) यदि द्रव का तापमान 313 K हो तो फॉरेनहाइट इकाई में तापमान ज्ञात कीजिए।

हल**:**

x = 313

y = 9/5(313 − 273) + 32

y = 9/5(40) + 32

y = 72 + 32

y = 104°F

(ii) यदि द्रव का तापमान **158°F** हो तो केल्विन इकाई में तापमान ज्ञात कीजिए।

हल**:**

y = 158

158 = 9/5(x − 273) + 32

158 − 32 = 9/5(x − 273)

126 = 9/5(x − 273)

x − 273 = 126 × 5/9

x − 273 = 70

x = 343 K

अतः तापमान **= 343 K**

प्रश्न 9. किसी वस्तु पर नियत बल लगाने पर वस्तु द्वारा किया जाने वाला कार्य, नियत बल व बल की दिशा में वस्तु द्वारा तय की गई दूरी के गुणनफल के समान होता है। इसे दो चरों कार्य w और दूरी d में एक रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए। नियत बल को 3 इकाई लेते हुए आलेख बनाइए। यदि वस्तु द्वारा तय की गई दूरी 2 इकाई हो तो वस्तु द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।

हल**:**

कार्य:

w = Fd

नियत बल **F = 3** है।

अतः,

w = 3d

यह w और d के बीच रैखिक समीकरण है।

यदि,

d = 2

तो,

w = 3 × 2

w = 6

अतः वस्तु द्वारा किया गया कार्य **= 6** इकाई

प्रश्न 10. एक रैखिक बहुपद p(x) का आलेख बिंदुओं (1, 5) और (3, 11) से होकर जाता है।

(i) बहुपद p(x) ज्ञात कीजिए।

हल**:**

ढाल:

m = (11 − 5)/(3 − 1)

m = 6/2

m = 3

अतः,

p(x) = 3x + b

बिंदु (1, 5) रखने पर,

5 = 3(1) + b

b = 2

p(x) = 3x + 2

(ii) उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिन पर **p(x)** का आलेख दोनों अक्षों को प्रतिच्छेद करता है।

y-अक्ष पर**:**

x = 0

p(0) = 3(0) + 2 = 2

बिंदु:

(0, 2)

x-अक्ष पर**:**

p(x) = 0

3x + 2 = 0

3x = −2

x = −2/3

बिंदु:

(−2/3, 0)

अतः **p(x) = 3x + 2**

प्रश्न 11. मान लीजिए, दो रैखिक बहुपद p(x) = ax + b और q(x) = cx + d इस प्रकार हैं कि—

(i) p(0) = 5 है

p(0) = b

अतः,

b = 5

(ii) बहुपद **p(x) − q(x), x-**अक्ष को बिंदु **(3, 0)** पर प्रतिच्छेद करता है।

अतः,

p(3) − q(3) = 0

(iii) योगफल **p(x) + q(x), x** के सभी वास्तविक मानों के लिए **6x + 4** के समान है।

अतः,

p(x) + q(x) = 6x + 4

अब,

p(x) = ax + 5

मान लेते हैं:

q(x) = cx + d

योगफल से:

ax + 5 + cx + d = 6x + 4

अतः,

a + c = 6

5 + d = 4

d = −1

अब,

p(3) − q(3) = 0

(3a + 5) − (3c − 1) = 0

3a − 3c + 6 = 0

a − c = −2

अब,

a + c = 6

a − c = −2

दोनों जोड़ने पर:

2a = 4

a = 2

अतः,

c = 4

इसलिए,

p(x) = 2x + 5

q(x) = 4x − 1

प्रश्न 12. चित्र की टाइलियों से निर्मित प्रतिरूप के बढ़ते हुए चरणों के प्रथम तीन चरणों को देखिए। प्रत्येक स्तर पर एक नया षट्भुज जोड़ा जाता है।

(i) इस प्रतिरूप के अगली दो चरण बनाइए। इन चरणों में कितनी मोजेक की टाइलियों की आवश्यकता होगी**?**

हल**:**

चित्र से:

चरण 1 में टाइलियाँ = **1**

चरण 2 में टाइलियाँ = **3**

चरण 3 में टाइलियाँ = **5**

अतः अगला पैटर्न है:

1, 3, 5, 7, 9, ...

इसलिए,

चरण **4** में **= 7** टाइलियाँ

चरण **5** में **= 9** टाइलियाँ

(ii) नीचे दी गई तालिका को पूर्ण कीजिए**—**

चरण संख्या:

1, 2, 3, 4, 5, ..., n

मोजेक की टाइलियों की संख्या:

1, 3, 5, 7, 9, ..., 2n − 1

(iii) nवें चरण के लिए आवश्यक मोजेक की टाइलियों की संख्या का पता लगाने के लिए सूत्र ज्ञात कीजिए।

हल**:**

टाइलियों का क्रम:

1, 3, 5, 7, ...

यहाँ nवें चरण में टाइलियों की संख्या:

2n − 1

(iv) प्रतिरूप के **15**वें चरण के लिए मोजेक की कितनी टाइलियों की आवश्यकता होगी**?**

हल**:**

n = 15

2n − 1 = 2(15) − 1

= 30 − 1

= 29

अतः **15**वें चरण के लिए **29** टाइलियों की आवश्यकता होगी।

(v) क्या मोजेक की **200** टाइलियों से इस प्रतिरूप में कोई चरण निर्मित हो सकता है**?** अपने उत्तर को प्रमाणित कीजिए।

हल**:**

nवें चरण के लिए:

2n − 1 = 200

2n = 201

n = 100.5

लेकिन चरण संख्या पूर्ण संख्या होती है।

अतः **200** टाइलियों से इस प्रतिरूप का कोई पूर्ण चरण निर्मित नहीं हो सकता।

प्रश्न 13. मान लीजिए p(x) = ax + b और q(x) = cx + d दो रैखिक बहुपद इस प्रकार हैं कि—

(i) बहुपद p(x) का आलेख बिंदुओं (2, 3) और (6, 11) से होकर जाता है।

हल**:**

ढाल:

m = (11 − 3)/(6 − 2)

m = 8/4

m = 2

अतः,

p(x) = 2x + b

बिंदु (2, 3) रखने पर:

3 = 2(2) + b

3 = 4 + b

b = −1

अतः,

p(x) = 2x − 1

(ii) बहुपद q(x) का आलेख बिंदु (4, −1) से होकर जाता है।

(iii) बहुपद q(x) का आलेख, बहुपद p(x) के आलेख के समानांतर है। बहुपदों p(x) और q(x) को ज्ञात कीजिए। इसके अतिरिक्त, उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जिस पर ये रेखाएँ x-अक्ष से मिलती हैं।

हल**:**

q(x), p(x) के समानांतर है।

अतः q(x) की ढाल भी:

$m = 2$

इसलिए,

$q(x) = 2x + d$

बिंदु (4, −1) रखने पर:

$-1 = 2(4) + d$

$-1 = 8 + d$

$d = -9$

अतः,

$q(x) = 2x - 9$

अब,

$p(x) = 2x - 1$

$q(x) = 2x - 9$

p(x) का x-अक्ष प्रतिच्छेद:

$2x - 1 = 0$

$2x = 1$

$x = 1/2$

बिंदु:

$(1/2, 0)$

q(x) का x-अक्ष प्रतिच्छेद:

$2x - 9 = 0$

$2x = 9$

$x = 9/2$

बिंदु:

$(9/2, 0)$

प्रश्न 14. $f(x) = ax + a$, जहाँ $a > 0$ है, के रूप में सभी रैखिक फलनों में कौन-सा गुण समान है?

हल**:**

दिया है:

$f(x) = ax + a$

या,

$f(x) = a(x + 1)$

जहाँ $a > 0$ है।

रैखिक फलन की ढाल = **a**

चूँकि $a > 0$, इसलिए सभी रेखाओं की ढाल धनात्मक है।

अतः इन सभी रैखिक फलनों का सामान्य गुण यह है कि इनके आलेख बाएँ से दाएँ ऊपर की ओर बढ़ते हैं।

साथ ही,

$f(-1) = a(-1 + 1) = 0$

अतः सभी रेखाएँ बिंदु:

$(-1, 0)$

से होकर गुजरती हैं।