📚 Class 9 गणित मंजरी Chapter 1 Notes

निर्देशांकों का उपयोग

🎯 अध्याय का परिचय

इस अध्याय में द्वि-विमीय कार्तीय निर्देशांक पद्धति का अध्ययन किया गया है। इसकी सहायता से किसी बिंदु या वस्तु की स्थिति को एक समतल पर संख्याओं के माध्यम से व्यक्त किया जाता है। अध्याय में **x**-अक्ष, **y**-अक्ष, मूलबिंदु, चतुर्थांश, निर्देशांक, दो बिंदुओं के बीच दूरी और परावर्तन जैसी अवधारणाओं का उपयोग किया गया है।

---

1. द्वि-विमीय कार्तीय निर्देशांक पद्धति

किसी द्वि-विमीय तल में बिंदुओं की स्थिति बताने के लिए दो परस्पर लंबवत रेखाओं का उपयोग किया जाता है।

- क्षैतिज रेखा को **x**-अक्ष कहते हैं।
- ऊर्ध्वाधर रेखा को **y**-अक्ष कहते हैं।
- दोनों अक्ष जिस बिंदु पर एक-दूसरे को काटते हैं, उसे मूलबिंदु **(O)** कहते हैं।
- मूलबिंदु के निर्देशांक **(0, 0)** होते हैं।

---

2. धनात्मक और ऋणात्मक दिशाएँ

मूलबिंदु से:

- दाईं ओर x-अक्ष पर धनात्मक दिशा होती है।
- बाईं ओर x-अक्ष पर ऋणात्मक दिशा होती है।
- ऊपर की ओर y-अक्ष पर धनात्मक दिशा होती है।
- नीचे की ओर y-अक्ष पर ऋणात्मक दिशा होती है।

उदाहरण:

B = (4.5, 0)

यह बिंदु x-अक्ष पर मूलबिंदु से 4.5 इकाई दाईं ओर है।

G = (0, –4.5)

यह बिंदु y-अक्ष पर मूलबिंदु से 4.5 इकाई नीचे है।

H = (0, 4)

यह बिंदु y-अक्ष पर मूलबिंदु से 4 इकाई ऊपर है।

---

3. बिंदु के निर्देशांक

किसी बिंदु के निर्देशांक सामान्यतः:

(x, y)

के रूप में लिखे जाते हैं।

यहाँ:

- **x = x-**निर्देशांक
- **y = y-**निर्देशांक

x-निर्देशांक बिंदु की **y-**अक्ष से दूरी को दर्शाता है।

y-निर्देशांक बिंदु की **x-**अक्ष से दूरी को दर्शाता है।

महत्वपूर्ण

x-अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का निर्देशांक:

(x, 0)

होता है।

y-अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का निर्देशांक:

(0, y)

होता है।

---

4. कार्तीय तल और चतुर्थांश

x-अक्ष और y-अक्ष कार्तीय तल को चार भागों में विभाजित करते हैं। इन भागों को चतुर्थांश कहते हैं।

चतुर्थांश	**x**-निर्देशांक	**y**-निर्देशांक
प्रथम	+	+
द्वितीय	–	+
तृतीय	–	–
चतुर्थ	+	–

उदाहरण

S(3, –5)

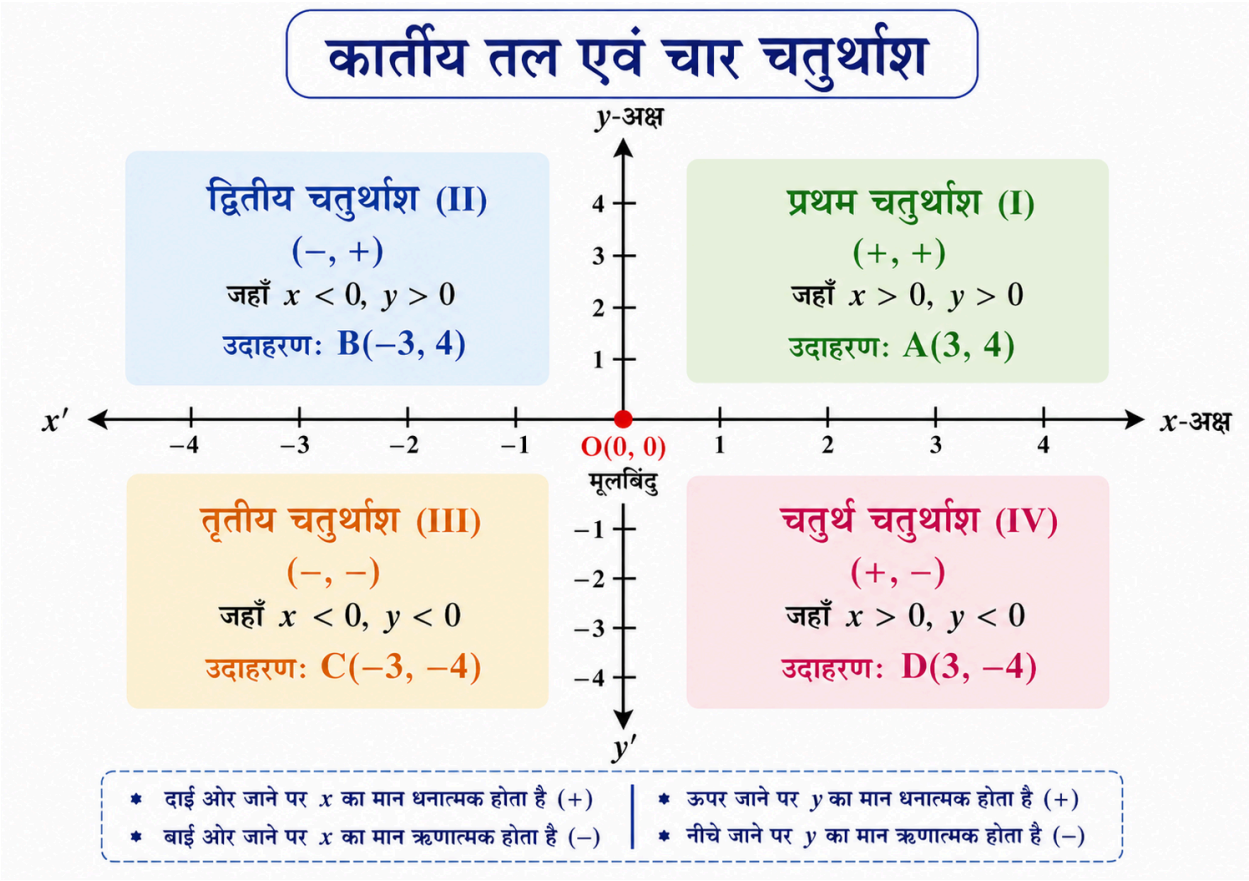
यह चतुर्थ चतुर्थांश में स्थित है क्योंकि:

x > 0 और **y < 0**

Q(–5, 3)

यह द्वितीय चतुर्थांश में स्थित है क्योंकि:

x < 0 और **y > 0**



---

5. निर्देशांकों का क्रम

किसी बिंदु को लिखते समय क्रम हमेशा:

(x, y)

होता है।

यदि:

x ≠ y

तो सामान्यतः:

(x, y) ≠ (y, x)

लेकिन यदि:

x = y

तो:

(x, y) = (y, x)

---

6. दो बिंदुओं के बीच दूरी

यदि दो बिंदु एक ही क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर रेखा पर स्थित हों, तो उनके बीच की दूरी निर्देशांकों के अंतर के निरपेक्ष मान से ज्ञात की जा सकती है।

समान **y**-निर्देशांक वाले बिंदु

बिंदु:

(x_1, y) और **(x_2, y)**

के बीच दूरी:

$|x_2 - x_1|$

समान **x**-निर्देशांक वाले बिंदु

बिंदु:

(x, y_1) और **(x, y_2)**

के बीच दूरी:

$|y_2 - y_1|$

---

7. किसी भी दो बिंदुओं के बीच दूरी का सूत्र

यदि दो बिंदु हैं:

A(x_1, y_1) और **B(x_2, y_2)**

तो दोनों के बीच की दूरी:

AB = √[(x₂ − x₁)² + (y₂ − y₁)²]

यह सूत्र बौधायन-पाइथागोरस प्रमेय के आधार पर प्राप्त होता है।

उदाहरण

A(3, 4) और D(7, 1) के लिए:

x-दिशा में दूरी = 7 − 3 = 4

y-दिशा में दूरी = 4 − 1 = 3

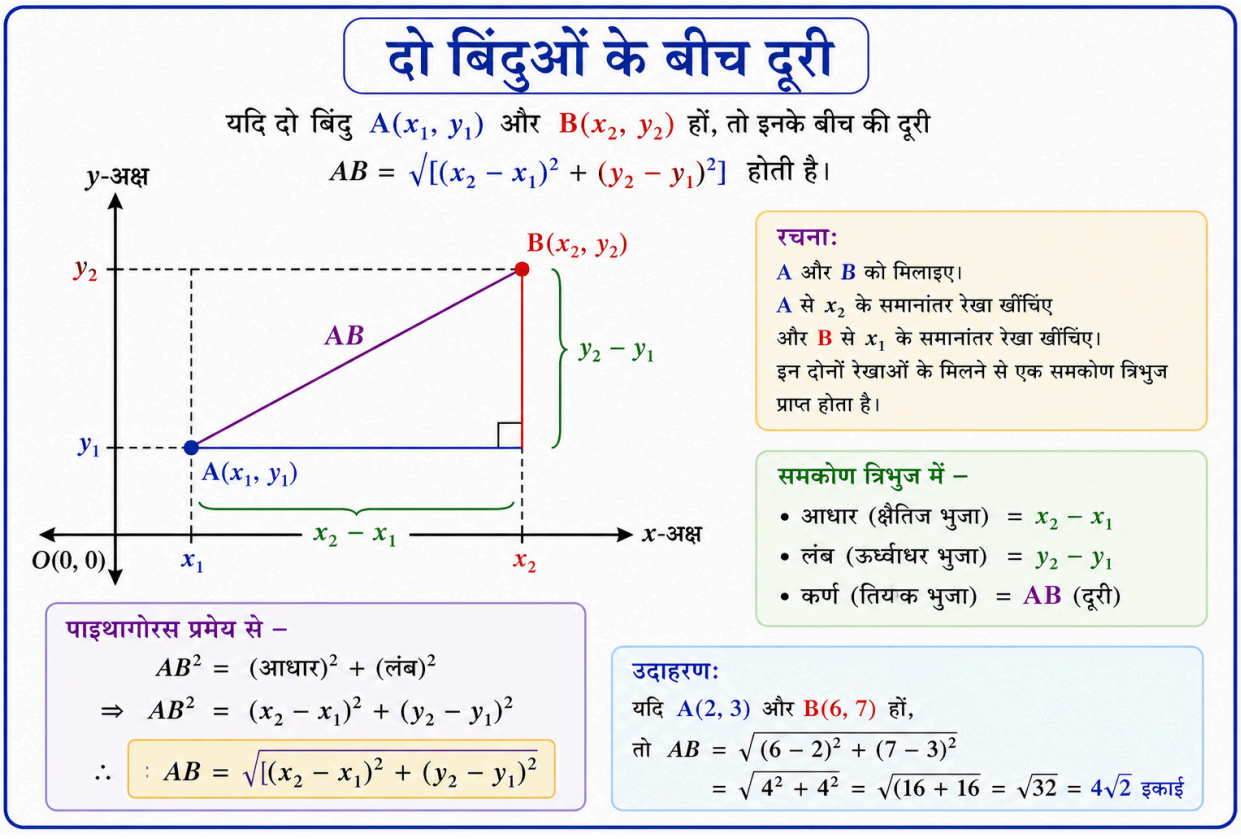
अतः:

AD = √(4² + 3²)

= √(16 + 9)

= √25

= 5 इकाई



8. परावर्तन

अध्याय में निर्देशांक तल पर किसी आकृति के परावर्तन **(Reflection)** का भी अध्ययन किया गया है।

यदि कोई आकृति **y-**अक्ष में परावर्तित होती है, तो:

- x-निर्देशांक का चिह्न बदल जाता है।
- y-निर्देशांक वही रहता है।

उदाहरण:

A(3, 4) → A′(–3, 4)

M(9, 6) → M′(–9, 6)

D(7, 1) → D′(–7, 1)

परावर्तन के बाद त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई संरक्षित रहती है।

---

9. मध्यबिंदु

यदि M, रेखाखंड ST का मध्यबिंदु है, तो M, S और T से समान दूरी पर होता है।

यदि:

S(x_1, y_1) और **T(x_2, y_2)**

हैं, तो मध्यबिंदु:

M = ((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)

अर्थात x-निर्देशांकों का औसत और y-निर्देशांकों का औसत लेकर मध्यबिंदु प्राप्त किया जाता है।

अध्याय में मध्यबिंदु के आधार पर अज्ञात बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करने तथा रेखाखंड के त्रिविभाजन बिंदुओं पर भी प्रश्न दिए गए हैं।

⭐ महत्वपूर्ण सूत्र

1. मूलबिंदु

O = (0, 0)

2. **x**-अक्ष पर बिंदु

(x, 0)

3. **y**-अक्ष पर बिंदु

(0, y)

4. मध्यबिंदु

$M = ((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$

5. दूरी सूत्र

$AB = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$

6. समान **y**-निर्देशांक वाले बिंदुओं की दूरी

$|x_2 - x_1|$

7. समान **x**-निर्देशांक वाले बिंदुओं की दूरी

$|y_2 - y_1|$

8. चतुर्थांशों में चिह्न

I → (+, +)
II → (−, +)
III → (−, −)
IV → (+, −)

📝 Quick Revision

कार्तीय तल → **x**-अक्ष **+ y**-अक्ष

मूलबिंदु → **(0, 0)**

बिंदु → **(x, y)**

x-अक्ष → **y = 0**

y-अक्ष → **x = 0**

प्रथम चतुर्थांश → **(+, +)**

द्वितीय चतुर्थांश → **(−, +)**

तृतीय चतुर्थांश → **(−, −)**

चतुर्थ चतुर्थांश → **(+, −)**

दूरी → पाइथागोरस प्रमेय

मध्यबिंदु → दोनों निर्देशांकों का औसत

y-अक्ष में परावर्तन → **x** का चिह्न बदलता है, **y** वही रहता है।