Class 9 गणित मंजरी Chapter 3 – संख्याओं का संसार

Important Questions with Answer Key | महत्वपूर्ण प्रश्न उत्तर सहित

1. प्राकृत संख्याएँ क्या हैं?

उत्तर: गिनती की संख्याएँ **1, 2, 3, 4, ...** प्राकृत संख्याएँ कहलाती हैं।
N = {1, 2, 3, ...}

---

2. पूर्णांक क्या हैं?

उत्तर: ऋणात्मक संख्याएँ, शून्य और धनात्मक संख्याएँ मिलकर पूर्णांक कहलाती हैं।
Z = {..., −2, −1, 0, 1, 2, ...}

---

3. संख्या रेखा पर धनात्मक और ऋणात्मक संख्याएँ कहाँ स्थित होती हैं?

उत्तर: **0** के दाईं ओर धनात्मक तथा **0** के बाईं ओर ऋणात्मक संख्याएँ स्थित होती हैं।

---

4. परिमेय संख्या की परिभाषा लिखिए।

उत्तर: वह संख्या जिसे **p/q** के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ **p** और **q** पूर्णांक हों तथा **q ≠ 0**, परिमेय संख्या कहलाती है।

---

5. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या है।

उत्तर: किसी भी पूर्णांक **a** को:

a = a/1

के रूप में लिखा जा सकता है। यहाँ **a** और **1** पूर्णांक हैं तथा **1 ≠ 0**।

अतः प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या है।

---

6. परिमेय संख्या का निरपेक्ष मान क्या होता है**?**

उत्तर**:** किसी परिमेय संख्या **x** का निरपेक्ष मान **|x|** द्वारा दर्शाया जाता है और यह संख्या रेखा पर **0** से उसकी दूरी दर्शाता है।

---

7. दो संख्याओं **a** और **b** के बीच की दूरी का सूत्र लिखिए।

उत्तर**:**

दूरी **= |a − b|**

---

8. −5/3 और **7/3** के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर**:**

दूरी = |−5/3 − 7/3|

= |−12/3|

= 4

अतः दूरी **= 4** इकाई।

---

9. दो परिमेय संख्याओं **a** और **b** के बीच एक परिमेय संख्या लिखिए।

उत्तर**:**

(a + b)/2

---

10. 2/3 और **5/4** के बीच एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर**:**

= (2/3 + 5/4)/2

= (8/12 + 15/12)/2

= 23/12 × 1/2

= 23/24

अतः **23/24** एक परिमेय संख्या है जो **2/3** और **5/4** के बीच है।

---

11. दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएँ क्यों होती हैं**?**

उत्तर**:** दो परिमेय संख्याओं **a** और **b** के बीच उनका माध्य:

(a + b)/2

एक परिमेय संख्या होती है। इसी प्रकार बार-बार माध्य लेकर और परिमेय संख्याएँ प्राप्त की जा सकती हैं।

अतः किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएँ होती हैं।

---

12. अपरिमेय संख्या क्या होती है**?**

उत्तर**:** वे संख्याएँ जिन्हें **p/q** के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता, जहाँ **p** और **q** पूर्णांक तथा **q ≠ 0** हों, अपरिमेय संख्याएँ कहलाती हैं।

उदाहरण**: √2, √3, π**

---

13. √**2** को अपरिमेय संख्या सिद्ध कीजिए।

उत्तर**:** मान लीजिए **√2 = p/q**, जहाँ **p** और **q** सह**-**अभाज्य हैं।

वर्ग करने पर:

$2 = p^2/q^2$

अर्थात,

$p^2 = 2q^2$

इससे **p^2** सम है, अतः **p** सम है।

मान लें:

p = 2k

तब,

$(2k)^2 = 2q^2$

$4k^2 = 2q^2$

$q^2 = 2k^2$

अतः **q** भी सम है।

इस प्रकार **p** और **q** दोनों सम हैं, जो इस बात के विरुद्ध है कि वे सह-अभाज्य हैं।

अतः √**2** अपरिमेय संख्या है।

---

14. वास्तविक संख्याएँ क्या हैं**?**

उत्तर**:** परिमेय और अपरिमेय संख्याओं को मिलाकर वास्तविक संख्याएँ बनती हैं।

$R = Q \cup I$

---

15. संख्याओं के समूहों के बीच संबंध लिखिए।

उत्तर**:**

$N \subset Z \subset Q \subset R$

जहाँ:

N = प्राकृत संख्याएँ
Z = पूर्णांक
Q = परिमेय संख्याएँ
R = वास्तविक संख्याएँ

---

16. सांत दशमलव क्या होता है**?**

उत्तर**:** वह दशमलव जो एक निश्चित संख्या में दशमलव स्थानों के बाद समाप्त हो जाए, सांत दशमलव कहलाता है।

उदाहरण**: 3/8 = 0.375**

---

17. अनंत आवर्ती दशमलव क्या होता है**?**

उत्तर**:** वह दशमलव जिसमें एक या अधिक अंक लगातार एक निश्चित क्रम में बार-बार दोहराए जाते हैं, अनंत आवर्ती दशमलव कहलाता है।

उदाहरण**: 1/3 = 0.333...**

---

18. अपरिमेय संख्या के दशमलव प्रसार की क्या विशेषता है**?**

उत्तर**:** अपरिमेय संख्याओं का दशमलव प्रसार अनंत और अनावर्ती होता है।

---

19. 0.333... को **p/q** के रूप में व्यक्त कीजिए।

उत्तर**:**

मान लीजिए:

x = 0.333...

10x = 3.333...

अब घटाने पर:

10x − x = 3

9x = 3

x = 1/3

अतः **0.333... = 1/3**

---

20. 0.4545... को **p/q** के रूप में व्यक्त कीजिए।

उत्तर**:**

मान लीजिए:

x = 0.4545...

100x = 45.4545...

अब घटाने पर:

100x − x = 45

99x = 45

x = 45/99

x = 5/11

अतः **0.4545... = 5/11**

---

21. 0.999... = 1 सिद्ध कीजिए।

उत्तर**:**

मान लीजिए:

x = 0.999...

10x = 9.999...

घटाने पर:

10x − x = 9

9x = 9

x = 1

अतः **0.999... = 1**

---

22. चक्रीय संख्या क्या होती है**?**

उत्तर**:** ऐसी संख्या जिसके अंकों का समूह गुणा करने पर चक्रीय क्रम में स्थान बदलता है, चक्रीय संख्या कहलाती है।

उदाहरण:

1/7 = 0.142857142857...

इसका आवर्ती खंड **142857** है।

---

23. परिमेय और अपरिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार में अंतर लिखिए।

उत्तर:

परिमेय संख्या: दशमलव प्रसार सांत या अनंत आवर्ती होता है।

अपरिमेय संख्या: दशमलव प्रसार अनंत अनावर्ती होता है।

---

24. निम्नलिखित को परिमेय अथवा अपरिमेय वर्गीकृत कीजिए:

3/8, √3, 0.125, π, −7/2, √25

उत्तर:

परिमेय संख्याएँ: **3/8, 0.125, −7/2, √25 = 5**

अपरिमेय संख्याएँ: **√3, π**

---

25. वास्तविक संख्या रेखा को सतत एवं अखंड क्यों कहा जाता है?

उत्तर: परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ मिलकर एक सतत एवं अखंड वास्तविक संख्या रेखा बनाती हैं।

Quick Answer Key

1. 1, 2, 3, ...
2. {..., −2, −1, 0, 1, 2, ...}
3. दाईं ओर धनात्मक, बाईं ओर ऋणात्मक
4. p/q, जहाँ q ≠ 0
5. a = a/1
6. 0 से दूरी
7. |a − b|
8. 4 इकाई
9. (a + b)/2
10. 23/24
11. अनंत परिमेय संख्याएँ
12. √2, √3, π जैसे p/q के रूप में न लिखे जा सकने वाले संख्या
13. √2 अपरिमेय है

14. परिमेय + अपरिमेय = वास्तविक संख्याएँ
15. $N \subset Z \subset Q \subset R$
16. समाप्त होने वाला दशमलव
17. बार-बार दोहराने वाला दशमलव
18. अनंत अनावर्ती
19. 1/3
20. 5/11
21. 1
22. 142857 एक चक्रीय खंड है
23. परिमेय: सांत/आवर्ती; अपरिमेय: अनंत अनावर्ती
24. परिमेय: 3/8, 0.125, −7/2, 5; अपरिमेय: √3, π
25. परिमेय और अपरिमेय मिलकर सतत वास्तविक संख्या रेखा बनाते हैं।