Class 9 गणित मंजरी

Chapter 4 – बीजीय सर्वसमिकाओं का अन्वेषण

प्रश्नावली 4.3 – समाधान

इस प्रश्नावली में तीन सर्वसमिकाओं का उपयोग किया गया है:

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

प्रश्नावली 4.3 में 4 प्रश्न हैं।

प्रश्न 1. निम्नलिखित वर्ग ज्ञात कीजिए—

(i) 117^2

117 = 100 + 10 + 7

अतः,

$117^2 = (100 + 10 + 7)^2$

$= 100^2 + 10^2 + 7^2 + 2(100)(10) + 2(10)(7) + 2(7)(100)$

= 10000 + 100 + 49 + 2000 + 140 + 1400

= 13689

उत्तर: **$117^2 = 13689$**

(ii) 78^2

$78 = 80 - 2$

अतः,

$78^2 = (80 - 2)^2$

$= 80^2 - 2(80)(2) + 2^2$

$= 6400 - 320 + 4$

$= 6084$

उत्तर: **$78^2 = 6084$**

(iii) 198^2

$198 = 200 - 2$

अतः,

$198^2 = (200 - 2)^2$

$= 200^2 - 2(200)(2) + 2^2$

$= 40000 - 800 + 4$

$= 39204$

उत्तर: **$198^2 = 39204$**

(iv) 214^2

$214 = 200 + 10 + 4$

अतः,

$214^2 = (200 + 10 + 4)^2$

$= 200^2 + 10^2 + 4^2 + 2(200)(10) + 2(10)(4) + 2(4)(200)$

$= 40000 + 100 + 16 + 4000 + 80 + 1600$

= 45796

उत्तर: **$214^2 = 45796$**

(v) 1104^2

1104 = 1100 + 4

अतः,

$1104^2 = (1100 + 4)^2$

$= 1100^2 + 2(1100)(4) + 4^2$

= 1210000 + 8800 + 16

= 1218816

उत्तर: **$1104^2 = 1218816$**

(vi) 1120^2

1120 = 1100 + 20

अतः,

$1120^2 = (1100 + 20)^2$

$= 1100^2 + 2(1100)(20) + 20^2$

= 1210000 + 44000 + 400

= 1254400

उत्तर: **$1120^2 = 1254400$**

पाठ्यपुस्तक में प्रश्न 1 के लिए यही छह संख्याएँ दी गई हैं।

प्रश्न 2. उपयुक्त सर्वसमिकाओं का उपयोग करके गुणनखंडन कीजिए—

(i) $16y^2 - 24y + 9$

$16y^2 = (4y)^2$

$9 = 3^2$

और,

$-24y = -2(4y)(3)$

अतः,

$16y^2 - 24y + 9$

$= (4y)^2 - 2(4y)(3) + 3^2$

$= (4y - 3)^2$

उत्तर: **$(4y - 3)^2$**

(ii) $9s^2/4 + 6st + 4t^2$

$9s^2/4 = (3s/2)^2$

$4t^2 = (2t)^2$

और,

$6st = 2(3s/2)(2t)$

अतः,

$9s^2/4 + 6st + 4t^2$

$= (3s/2)^2 + 2(3s/2)(2t) + (2t)^2$

$= (3s/2 + 2t)^2$

उत्तर: **$(3s/2 + 2t)^2$**

(iii) $m^2/9 + mk/3 + k^2/4 + 3nk + 2mn + 9n^2$

$m^2/9 = (m/3)^2$

$k^2/4 = (k/2)^2$

$9n^2 = (3n)^2$

$mk/3 = 2(m/3)(k/2)$

$3nk = 2(k/2)(3n)$

$2mn = 2(3n)(m/3)$

अतः,

$m^2/9 + mk/3 + k^2/4 + 3nk + 2mn + 9n^2$

$= (m/3)^2 + (k/2)^2 + (3n)^2$

- $2(m/3)(k/2) + 2(k/2)(3n) + 2(3n)(m/3)$

$= (m/3 + k/2 + 3n)^2$

उत्तर: **$(m/3 + k/2 + 3n)^2$**

(iv) $p^2/16 - 2 + 16/p^2$

$p^2/16 = (p/4)^2$

$16/p^2 = (4/p)^2$

और,

$-2 = -2(p/4)(4/p)$

अतः,

$p^2/16 - 2 + 16/p^2$

$= (p/4)^2 - 2(p/4)(4/p) + (4/p)^2$

$= (p/4 - 4/p)^2$

उत्तर: **$(p/4 - 4/p)^2$**

(v) $9a^2 + 4b^2 + c^2 - 12ab + 6ac - 4bc$

$9a^2 = (3a)^2$

$4b^2 = (2b)^2$

$c^2 = c^2$

$-12ab = 2(3a)(-2b)$

$6ac = 2(3a)(c)$

$-4bc = 2(-2b)(c)$

अतः,

$9a^2 + 4b^2 + c^2 - 12ab + 6ac - 4bc$

$= (3a - 2b + c)^2$

उत्तर: **$(3a - 2b + c)^2$**

प्रश्न 2 के ये व्यंजक पाठ्यपुस्तक की प्रश्नावली 4.3 में दिए गए हैं।

प्रश्न 3. सर्वसमिका का उपयोग करके विस्तार कीजिए—

सर्वसमिका:

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(i) $(p + 3q + 7r)^2$

यहाँ,

$a = p, b = 3q, c = 7r$

अतः,

$(p + 3q + 7r)^2$

$= p^2 + (3q)^2 + (7r)^2 + 2(p)(3q) + 2(3q)(7r) + 2(7r)(p)$

$= p^2 + 9q^2 + 49r^2 + 6pq + 42qr + 14pr$

उत्तर: **$p^2 + 9q^2 + 49r^2 + 6pq + 14pr + 42qr$**

(ii) $(3x - 2y + 4z)^2$

यहाँ,

$a = 3x, b = -2y, c = 4z$

अतः,

$(3x - 2y + 4z)^2$

$= (3x)^2 + (-2y)^2 + (4z)^2$

- $2(3x)(-2y) + 2(-2y)(4z) + 2(4z)(3x)$

$= 9x^2 + 4y^2 + 16z^2 - 12xy - 16yz + 24xz$

उत्तर: **$9x^2 + 4y^2 + 16z^2 - 12xy + 24xz - 16yz$**

प्रश्न 3 में यही दोनों विस्तार दिए गए हैं।

प्रश्न **4.** क्या यह एक सर्वसमिका है?

दिया है:

$(a + b - c)^2 + (a - b + c)^2 + (a - b - c)^2$
$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2$

बाएँ पक्ष का विस्तार करते हैं—

$(a + b - c)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$

$(a - b + c)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$

$(a - b - c)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

अब तीनों को जोड़ने पर:

$LHS = 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$

जबकि,

$RHS = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2$

अतः,

$LHS \neq RHS$

इसलिए दी गई समानता सर्वसमिका नहीं है।

उत्तर: नहीं, यह एक सर्वसमिका नहीं है।

पाठ्यपुस्तक में प्रश्न 4 इसी समानता के बारे में पूछता है।

अंतिम उत्तर एक नज़र में

प्रश्न **1**

(i) 13689
(ii) 6084
(iii) 39204
(iv) 45796
(v) 1218816
(vi) 1254400

प्रश्न **2**

(i) $(4y - 3)^2$
(ii) $(3s/2 + 2t)^2$
(iii) $(m/3 + k/2 + 3n)^2$
(iv) $(p/4 - 4/p)^2$
(v) $(3a - 2b + c)^2$

प्रश्न **3**

(i) $p^2 + 9q^2 + 49r^2 + 6pq + 14pr + 42qr$
(ii) $9x^2 + 4y^2 + 16z^2 - 12xy + 24xz - 16yz$

प्रश्न **4**

नहीं, यह सर्वसमिका नहीं है।