

Class 9 गणित मंजरी

Chapter 4 – बीजीय सर्वसमिकाओं का अन्वेषण

प्रश्नावली 4.5 – समाधान

प्रश्न: यह मानते हुए कि हर में दिए गए व्यंजक शून्य के समान नहीं हैं, निम्नलिखित परिमेय व्यंजकों को सरल कीजिए।

प्रश्न 1 (i)

$$(3p^2 - 3pq - 18q^2) / (p^2 + 3pq - 10q^2)$$

हल:

अंश का गुणनखंडन:

$$\begin{aligned} 3p^2 - 3pq - 18q^2 \\ &= 3(p^2 - pq - 6q^2) \\ &= 3(p - 3q)(p + 2q) \end{aligned}$$

हर का गुणनखंडन:

$$\begin{aligned} p^2 + 3pq - 10q^2 \\ &= (p + 5q)(p - 2q) \end{aligned}$$

अतः,

$$\begin{aligned} &(3p^2 - 3pq - 18q^2) / (p^2 + 3pq - 10q^2) \\ &= 3(p - 3q)(p + 2q) / [(p + 5q)(p - 2q)] \end{aligned}$$

उत्तर:

$$3(p - 3q)(p + 2q) / [(p + 5q)(p - 2q)]$$

प्रश्न 1 (ii)

$$(n^3 - 3n^2m + 3nm^2 - m^3) / (5m^2 - 10mn + 5n^2)$$

हल:

अंश:

$$\begin{aligned} n^3 - 3n^2m + 3nm^2 - m^3 \\ = (n - m)^3 \end{aligned}$$

हर:

$$\begin{aligned} 5m^2 - 10mn + 5n^2 \\ = 5(n^2 - 2mn + m^2) \\ = 5(n - m)^2 \end{aligned}$$

अतः,

$$\begin{aligned} (n - m)^3 / 5(n - m)^2 \\ = (n - m) / 5 \end{aligned}$$

उत्तर:

$$(n - m) / 5$$

प्रश्न 1 (iii)

$$(w^3 - v^3 + x^3 + 3wvx) / (w^2 + v^2 + x^2 - 2wv - 2vx + 2wx)$$

हल:

सर्वसमिका:

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \end{aligned}$$

यहाँ,

$$a = w, b = -v, c = x$$

अतः अंश:

$$w^3 - v^3 + x^3 + 3wvx$$

$$= (w - v + x)(w^2 + v^2 + x^2 + wv + vx - wx)$$

हर:

$$w^2 + v^2 + x^2 - 2wv - 2vx + 2wx$$

$$= (w - v + x)^2$$

अतः,

$$= (w - v + x)(w^2 + v^2 + x^2 + wv + vx - wx) / (w - v + x)^2$$

$$= (w^2 + v^2 + x^2 + wv + vx - wx) / (w - v + x)$$

उत्तर:

$$(w^2 + v^2 + x^2 + wv + vx - wx) / (w - v + x)$$

प्रश्न 1 (iv)

$$(4y^2 - 20yz + 25z^2) / (25z^2 - 4y^2)$$

हल:

अंश:

$$4y^2 - 20yz + 25z^2$$

$$= (2y - 5z)^2$$

हर:

$$25z^2 - 4y^2$$

$$= (5z - 2y)(5z + 2y)$$

चूँकि,

$$5z - 2y = -(2y - 5z)$$

अतः,

$$= (2y - 5z)^2 / [(5z - 2y)(5z + 2y)]$$

$$= (2y - 5z) / (2y + 5z)$$

उत्तर:

$$(2y - 5z) / (2y + 5z)$$

प्रश्न 1 (v)

$$[(x^2 + 6x - 7)(x^2 - 7x + 12)] / [(x^2 - 6x + 8)(x^2 - 9)]$$

हल:

$$\begin{aligned} x^2 + 6x - 7 \\ = (x + 7)(x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 12 \\ = (x - 3)(x - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 8 \\ = (x - 2)(x - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 9 \\ = (x - 3)(x + 3) \end{aligned}$$

अतः,

$$[(x + 7)(x - 1)(x - 3)(x - 4)] / [(x - 2)(x - 4)(x - 3)(x + 3)]$$

सार्वगुणनखंड $(x - 3)$ और $(x - 4)$ काटने पर:

$$= (x + 7)(x - 1) / [(x - 2)(x + 3)]$$

उत्तर:

$$(x + 7)(x - 1) / [(x - 2)(x + 3)]$$

प्रश्न 1 (vi)

$$(p^4 - 16) / (p^2 - 4p + 4)$$

हल:

$$\begin{aligned}
 & p^4 - 16 \\
 &= (p^2 - 4)(p^2 + 4) \\
 &= (p - 2)(p + 2)(p^2 + 4)
 \end{aligned}$$

और,

$$\begin{aligned}
 & p^2 - 4p + 4 \\
 &= (p - 2)^2
 \end{aligned}$$

अतः,

$$\begin{aligned}
 & [(p - 2)(p + 2)(p^2 + 4)] / (p - 2)^2 \\
 &= (p + 2)(p^2 + 4) / (p - 2)
 \end{aligned}$$

उत्तर:

$$(p + 2)(p^2 + 4) / (p - 2)$$

अंतिम उत्तर एक नज़र में

(i) $3(p - 3q)(p + 2q) / [(p + 5q)(p - 2q)]$

(ii) $(n - m) / 5$

(iii) $(w^2 + v^2 + x^2 + wv + vx - wx) / (w - v + x)$

(iv) $(2y - 5z) / (2y + 5z)$

(v) $(x + 7)(x - 1) / [(x - 2)(x + 3)]$

(vi) $(p + 2)(p^2 + 4) / (p - 2)$

ये सभी प्रश्न प्रश्नावली 4.5 में दिए गए छह परिमेय व्यंजकों पर आधारित हैं।